|  |
| --- |
| 结论八：等比数列 |
| 结 论 | 已知等比数列{an},公比为q,前n项和为Sn.(1)an=am·qn-m,an+m=anqm=amqn(m,n∈N\*).(2)若m+n=p+q,则am·an=ap·aq(m,n,p,q∈N\*);反之,不一定成立.(3)a1a2a3…am,am+1am+2…a2m,a2m+1a2m+2…a3m,…成等比数列(m∈N\*).(4)公比q≠-1时,Sn,S2n-Sn,S3n-S2n,…成等比数列(n∈N\*).(5)若等比数列的项数为2n(n∈N\*),公比为q,奇数项之和为S奇,偶数项之和为S偶,则$\frac{S\_{偶}}{S\_{奇}}$=q.(6){an},{bn}是等比数列,则{λan},$\left\{\frac{1}{a\_{n}}\right\}$,{anbn},$\left\{\frac{a\_{n}}{b\_{n}}\right\}$也是等比数列(λ≠0,n∈N\*).xk-\*/w(7)通项公式an=a1qn-1=$\frac{a\_{1}}{q}$·qn.从函数的角度来看,它可以看作是一个常数与一个关于n的指数函数的积,其图象是指数函数图象上一群孤立的点.(8)只有同号的两个数才能有等比中项;两个同号的数的等比中项有两个,它们互为相反数.(9)三个数成等比数列,通常设为$\frac{x}{q}$,x,xq;四个数成等比数列,通常设为$\frac{x}{q^{3}}$,$\frac{x}{q}$,xq,xq3. |
| 解读 | 对于等比数列中的这些结论要做到熟悉，有的需要记忆，有的需要了解推导过程。当用到这些结论时要会根据等差数列前n项和公式、通项公式推导。例如第（1）中的 |
| 典例 | 等比数列的前项和为，则\_\_\_\_\_\_\_. |
| 解析 | 【答案】【详解】等比数列的前项和为，则也成等比数列，而所以成等比数列，故，所以. |
| 反思 | 本题根据等比数列的前项和的性质可知也成等比数列，再利用即求得，即得结果. 本题的解题关键在于熟知等比数列的“等距片段和”也成等比数列，进而突破难点. |
| 针对训练\*举一反三 |
| 1．在各项均为正数的等比数列中，，，则（ ）A．1 B．9 C． D．【答案】B【详解】因为为各项为正的等比数列，，，所以2．设是等比数列的前项和，若，则（ ）A． B． C． D．【答案】B【详解】设，由数列为等比数列(易知数列的公比)，得为等比数列，又，，3．设等比数列的前项和为，且，则（ ）A．255 B．375 C．250 D．200【答案】A【解析】由题得，成等比数列，则有，，解得，同理有，，解得.故选：A4．等比数列{*an*}的公比为*q*(*q*≠1)，则数列*a*3，*a*6，*a*9，…，*a*3*n*，…的前*n*项和为（ ）A． B．C． D．【答案】C【详解】依题意得等比数列{*an*}的通项，所以，因为，所以数列是首项为，公比为的等比数列，因为，所以，所以数列的前*n*项和为.5．已知数列是等比数列，为其前项和，若，则（ ）A．50 B．60 C．70 D．80【答案】B【详解】数列是等比数列，，，，也成等比数列，即，，，也成等比数列，易知公比，，，.6．已知等比数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*，且*a*1＝，*a*2*a*6＝8(*a*4－2)，则*S*2 020＝（ ）A．22 019－ B．1－2 019C．22 020－ D．1－2 020【答案】A【详解】设{*an*}的公比为*q*，，，解得，，可得，.7．设等比数列的前项和为，公比，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.【答案】36【详解】设，因为公比，故，同理.又，故，解得，故.8．已知等比数列的各项均为正数，若，则＝（ ）A．1 B．3 C．6 D．9【答案】D【解析】由 ，可得，进而可得 ， . |

  ****